引文格式:郭金运,张鸿飞,李真,等.多源船载重力异常数据的联合再处理:以墨西哥湾为例[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(7):1277-1290.DOI:10.13203/j.whugis20230088

Citation: GUO Jinyun, ZHANG Hongfei, LI Zhen, et al. Joint Reprocessing of Multi-sources Shipborne Gravity Anomalies: A Case Study of Gulf of Mexico[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(7):1277-1290.DOI:10.13203/j.whugis20230088

多源船载重力异常数据的联合再处理:以墨西哥湾为例

郭金运[1] 张鸿飞[1] 李 真[1] 祝程程[2] 刘 新[1] 罗洪鑫[1]

1 山东科技大学测绘与空间信息学院,山东 青岛,266590

2 山东建筑大学测绘地理信息学院,山东 济南,250101

摘 要:船载重力异常数据对于海洋重力场模型的构建起着至关重要的作用。虽然现有的船载重力异常数据在当初获取时已经经过重力测量常规改正、测量环境动态效应改正等处理,但是船载重力异常数据跨度时间较长,测量机构、所使用的重力仪与参考基准均不尽相同,体现出一种多来源的特性;同时,受当时测量技术与数据处理技术的限制,获得的数据质量参差不齐,含有较大的误差,很难被直接应用。针对此问题,构建了一种多来源船载重力异常数据的联合再处理方法,分别从粗差剔除、长波误差改正、交叉点平差与系统误差补偿等方面对航线进行精化处理。以墨西哥湾为例,在美国国家环境信息中心获取该区域的船载重力异常数据,首先通过对比参考重力场对粗差航线及剩余航线粗差点进行剔除;其次,基于正常重力公式推导的二次多项式模型对测线长波误差进行改正;最后基于交叉点不符值,通过交叉点条件平差与构建混合多项式模型相结合的方法对航线观测值进行误差推估与系统误差补偿。经过一系列联合处理方法之后,船载重力异常交叉点不符值的均方根由原始数据的12.10 mGal减少至3.70 mGal,与重力异常模型SIO V32.1的残差均方根由精化前的6.70 mGal减少至3.91 mGal。对两组航线数据与模型的差值做频率域分析,结果表明误差的功率谱密度在各频率域上都得到明显减弱。以上结果均表明经过所提方法处理之后,船载数据质量得到了明显改善,该方法可用于进一步优化全球船载重力异常数据,从而为高精度的海洋重力场模型构建提供可靠数据集。

关键词:船载重力测量;重力异常;墨西哥湾;数据再处理;长波误差改正;交叉点平差;功率谱密度

中图分类号:P229 **文献标识码**:A **收稿日期**:2023-06-03

DOI:10.13203/j.whugis20230088 **文章编号**:1671-8860(2025)07-1277-14

Joint Reprocessing of Multi-sources Shipborne Gravity Anomalies: A Case Study of Gulf of Mexico

GUO Jinyun[1] *ZHANG Hongfei*[1] *LI Zhen*[1] *ZHU Chengcheng*[2] *LIU Xin*[1] *LUO Hongxin*[1]

1 College of Geodesy and Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China

2 School of Surveying and Geo-Informatics, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, China

Abstract: **Objectives**: Shipborne gravity anomaly data plays a crucial role in the construction of marine gravity field models. Although the existing shipborne gravity anomaly data have undergone conventional gravity measurement corrections and dynamic environmental effect corrections at the time of acquisition, the data span a long time period, involve multiple measurement agencies, gravity instruments, and reference frames, and thus exhibit a multi-source characteristic. Furthermore, due to the limitations of measurement and data processing techniques at the time of acquisition, the quality of the data varies and contains significant errors, making direct application difficult. **Methods**: A joint reprocessing method for multi-source shipborne gravity anomaly data is proposed, which refines the ship tracks through outlier elimina-

基金项目:国家自然科学基金(42274006,41774001,42430101);山东科技大学科研创新团队支持计划(2014TDJH101)。

第一作者:郭金运,博士,教授,主要从事空间大地测量、物理大地测量、海洋大地测量等方面的研究。jinyunguo1@126.com

通信作者:李真,博士。lizsk1994@163.com

tion, long-wavelength error correction, intersection point adjustment, and systematic error compensation. First, rough tracks and remaining rough points were eliminated by comparing them with the reference gravity field. Second, a quadratic polynomial model derived from the normal gravity formula was used to correct the long-wavelength error of the survey lines. Finally, the error estimation and systematic error compensation of the observed values were performed through intersection point condition adjustment and the construction of a mixed polynomial model. **Results:** Taking the Gulf of Mexico as an example, shipborne gravity anomaly data in this region were obtained from the National Centers for Environmental Information. After a series of joint processing methods, the root mean square (RMS) of crossover differences is reduced from 12.10 mGal to 3.70 mGal, and the residual RMS of gravity anomaly model SIO V32.1 is reduced from 6.62 mGal before refinement to 3.91 mGal. The difference between the two sets of ship tracks and the model was analyzed in the frequency domain, and the power spectral density of the error was significantly reduced in all frequency domains. **Conclusions:** As we combined shipborne gravity data from different periods for joint processing, the final processing results have a certain gap compared to the precision of modern high-precision shipborne gravity measurements. However, overall, the accuracy of shipborne data has been significantly improved, which greatly enhances the utilization rate of shipborne data. This method can be used to further optimize global shipborne gravity anomaly data, providing a reliable dataset for constructing high-precision ocean gravity field models.

Key words: shipborne gravimetry; gravity anomaly; the Gulf of Mexico; data reprocessing; long-wave error correction; crossover adjustment; power spectrum density

重力异常在地球物理学和大地测量学中有着非常重要的应用[1-4]。海洋重力数据被认为是海洋探索[5]、海底地形研究与地质构造研究[6-7]、船载勘测计划[8]、石油勘探和惯性导航[9]、空间参考确定[10]等极其重要的数据。船载重力测量在测量精度、测量分辨率、获取重力场高频信息的能力等方面都具有较大的优势[11-16],因此,相对于其他测量手段,船载重力测量一直是获取高精度、高分辨率海洋重力异常数据的重要技术手段。

目前可获得的船载重力异常数据当中,20世纪90年代以前的航线由于受当时测量条件与测量技术的限制,航线数据中会存在明显的系统误差。船载重力测量起源较早,早在1923年Vening-Meinesz就利用摆仪进行海洋重力测量的尝试[17],因此现有的船载重力异常数据有相当一部分都是20世纪90年代之前所测得的,而在这个阶段,无论是重力仪的测量精度、导航定位的精度还是船载数据的各项处理技术都处于一个较低的水平[18-20]。以上因素的限制,加上海洋动态效应的影响,都会使最终测量结果存在较大的粗差与系统误差。同时这些数据的测量机构、所使用的重力仪与参考基准均不尽相同,导致数据质量的参差不齐,很难在实践中被直接应用。为了解决以上问题,急需对现有的多来源船载重力异常数据进行再次精化处理,使更多的船载重力异常数据可以被有效利用。

一般来讲,影响船载重力异常测量成果精度的因素主要有重力仪测量精度、导航定位精度、测量动态效应改正技术、误差分析处理与补偿技术[21-23]。对于现有的多来源船载重力异常历史数据,受到当时测量条件的限制,不可避免地会存在较大的仪器测量误差与定位误差,而对于这些误差只能依靠后期的数据处理技术尽可能地削弱其影响。为了有效减弱动态效应的影响,发展了基于交叉耦合效应改正公式和厄特弗斯改正公式来对交叉耦合效应和厄特弗斯效应进行改正的方法[17,24-25]。目前看来,要进一步对历史船载重力异常有效再处理以提升精度,主要还是通过数据后处理技术也就是误差分析处理与补偿技术来实现。

船载重力数据再处理主要包括粗差探测剔除、系统误差提取与补偿,近年来多位学者在该领域进行了大量研究。文献[26]基于窗口移动中误差模型探测船载重力数据的粗差,并将剔除粗差后的船载重力数据与DTU10GRA模型进行比较,两者之间的差值最大值、最小值、均方根(root mean square, RMS)分别达到36.79 mGal、36.53 mGal、6.23 mGal。文献[20]采用最小二乘法进行交叉点平差,将测线航迹分为若干个直线段,并通过测线交叉点平差的方法计算各个线段的系统差改正数,最终实验区域内204个交叉点

的不符值RMS由原始的11.4 mGal减少为7.8 mGal;文献[27-28]从物理场角度出发,在提出测线网自检校平差方法的基础上又提出了海洋重力测线网自检校平差两步处理法,实现了在平差中和平差后对系统误差分步补偿,最终实验区域内462个交叉点的不符值RMS由1.65 mGal减少为0.61 mGal。以上研究只是针对特定航线或较短时期内获得的航线进行的,并没有着重强调长时间跨度、不同精度航线的处理;同时,它们只是单方面地侧重于粗差剔除或系统误差改正等方面的研究,并没有形成一种针对长时间跨度、不同基准下多源船载重力数据的联合处理方法。

墨西哥湾是地球上油气最为富集的油气勘探区[29],获取该区域高精度的重力异常数据具有非常重要的意义,因此本文选取墨西哥湾海域的多源船载重力异常历史数据进行再处理。首先,对观测值粗差进行剔除,包括整条航线剔除与部分粗差点剔除;其次,从正常重力公式出发构造二次多项式改正公式,实现参考基准的统一与长波误差改正;最后,为了解决剩余误差所引起的交叉点不符问题,使用条件平差与混合多项式模型相结合的方法对系统误差进行进一步改正。

1　数据与方法

本文选取墨西哥湾为研究区域(80°W～100°W,15°N～32°N),该区域内蕴藏着大量的石油和天然气,准确获得墨西哥湾海域的重力异常,对开展墨西哥湾断裂与洋壳分布以及油气勘探引起的地质变化的研究具有重要意义[5]。

1.1　研究数据

1.1.1　船载重力异常数据

研究区域内的船载重力异常数据是在美国国家海洋和大气管理局的下属机构美国国家环境信息中心(National Centers for Environmental Information,NCEI)所下载的(下载地址:http://www.ncei.noaa.gov/maps/geophysics),区域内总共获取了1961—1995年的34条航线,共有264 188个测点。这些航线年代跨度不均,且在研究区域内相互交织,呈无规则不均匀分布,同时这些航线数据为不同的测量机构所获取,航线具体信息见表1,航线的空间分布情况见图1。

由表1和图1可以看出,这些航线的测量时间跨度由20世纪60年代到90年代,时间跨度较长,这也导致这些测量数据是由不同的测量机构采用不同的测量平台、测量仪器与重力基准所获得的,同时受当时各种测量技术的限制与海洋重力测量本身固有的动态效应的影响,这些数据质量参差不齐,含有较大的长波误差与系统误差,在实际应用中难以达到相应的精度需求。

1.1.2　重力场模型

XGM2019e_2159参考重力模型是从国际重力场模型中心网站上(下载地址:http://icgem.gfz-potsdam.de/calcgrid)下载的1′×1′的格网数据。XGM2019e是一个组合的地球重力场模型,主要由3种数据源构成:GOCO06s重力场模型、美国国家地理空间情报局编制的地面重力格网数据以及由海洋测高和大陆地形得出的重力异常组成的补充数据集[30]。一般认为,XGM2019e模型在海洋上的性能更佳,并且独立于现有的高分辨率重力场模型[31]。由于该模型既具有通过卫星获得的长波长信息,又具有通过海洋和地面数据获取的短波长信息,所以它更加接近于实际海洋重力信息,本文用其作为基准统一与长波误差改正的背景场。

SIO V32.1模型是由美国加利福尼亚大学圣迭戈分校斯克利普斯海洋研究所(Scripps Institution of Oceanography,SIO)发布的海洋重力数据模型(下载地址:https://topex.ucsd.edu/)。该模型构建时对Jason-1/2、Envisat、SARAL/AltiKa和CryoSat-2 LRM等波形测高数据进行波形重定,同时还加入了额外12个月的SARAL/AltiKa、CryoSat-2 LRM、CryoSat-2 SAR和哨兵3号(Sentinel-3) A/B的卫星测高数据。由于其数据源为纯卫星数据,所以认为该重力异常模型与船载重力异常是相互独立的,因此为了检验精化前后船载重力异常数据的精度变化,选取该模型进行评估。

1.2　研究方法

1.2.1　船载重力异常数据粗差探测与剔除

由于人为原因、仪器原因、海洋动态效应的影响,船载重力仪在测量时不可避免会出现较大的粗差。目前发布的卫星测高重力模型在精准度和可靠性方面都已经达到了较高的水平[32],SIO V32.1作为SIO发布的新的全球海洋重力异常模型,其在墨西哥湾海域与船载重力异常的比对精度达到3.56 mGal,因此将SIO V32.1重力异常模型作为参考模型进行船载重力异常的粗差探测。粗差探测主要分为整条航线粗差探测与部分测点粗差探测。

对于整体观测值粗差较为明显的航线需要

表1 墨西哥湾船载重力异常航线信息

Table 1 Routes Information of Shipborne Gravity Anomaly in the Gulf of Mexico

观测机构	航线名	观测国家	观测平台	观测仪器	观测年份
伍兹霍尔海洋研究所	ch055l01	USA	Chain		1965
	ch100l12	USA	Chain		1971
美国海军海洋局	kea01-69	USA	Keathley		1968
	kea06-70	USA	Keathley		1970
	kea08-70	USA	Keathley		1970
	kea09-68	USA	Keathley		1968
	kea09-69	USA	Keathley		1969
	kea09-70	USA	Keathley		1970
	kea10-68	USA	Keathley		1968
	kea10-70	USA	Keathley		1970
	kea11-68	USA	Keathley		1968
夏威夷大学	mw8909	USA	Moana Wave	LaCoste & Romberg S33	1989
美国地质勘探局	p183gm	USA	J. W. Powel		1983
	u171gm	USA	United Geo I		1971
	u871pr	USA	United Geo I		1971
拉蒙特-多尔蒂地球观测所	rc0901	USA	Robert D. Conrad	ASKANIA GSS2-6	1964
	rc0902	USA	Robert D. Conrad	ASKANIA GSS2-6	1964
	rc1003	USA	Robert D. Conrad	ASKANIA GSS2-6	1965
	rc1012	USA	Robert D. Conrad	ASKANIA GSS2-6	1966
	rc1201	USA	Robert D. Conrad	ASKANIA GSS2-6	1968
	rc2302	USA	Robert D. Conrad	ASKANIA GSS2-6	1982
	v1704	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1961
	v1817	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1962
	v2103	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1965
	v2401	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1967
	v2402	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1967
	v2413	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1967
	v2501	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1968
	v2608	USA	Vema	Graft-Askania GSS2-12	1969
	ew9417	USA	Maurice Ewing	BellAerospace BGM-3	1994
	ew9501	USA	Maurice Ewing	BellAerospace BGM-3	1995
俄勒冈州立大学	yucat1-3	USA	Altair		
	yucat-l4	USA	Altair	LaCoste & Romberg S42	1985
	yucat-tr	USA	Altair		

提前剔除。首先获得航线各测点上重力异常观测值与SIO V32.1重力异常模型值的差值,并计算这些差值的标准差(standard deviation,STD),记为$\sigma_i(i=1,2,\cdots,k)$,σ_i为第i航线船载重力异常的标准差,再计算区域内所有航线重力异常观测值与SIO V32.1重力异常模型差值的STD,记为$\sigma_{总}$,对于σ_i大于$3\sigma_{总}$的航线进行剔除;之后对剩余的航线采用相同的方法进行迭代处理,直到每条航线的σ_i均小于$3\sigma_{总}$。剩余的航线也不可避免会存在一些粗差值,尤其是在航线拐角处,受到船体本身加速度变化的影响,更容易出现较大的粗差观测值,这些粗差值可被分为大粗差和小粗差,并分别采用不同的方法进行剔除[33]。对于大粗差可采用阈值排除法进行剔除,在研究区域内借助重力异常模型SIO V32.1预先设定一个阈值,当船载重力测量的某个重力异常观测量超出所设定的阈值时,就认为该观测值为大粗差值。在剔除完大粗差的基础之上,对于小粗差,可采用现代稳健估计方法进行筛选,具体做法是将船载重力测量观测值与SIO V32.1模型计算值的互差作为新的观测值序列,将每一个测点作为检测点,利用检测点周围的新观测值,通过抗差M估计的选权迭代方法对每个检测点进行推估计算,最后将检测点处的推估计算值与该点的实际新

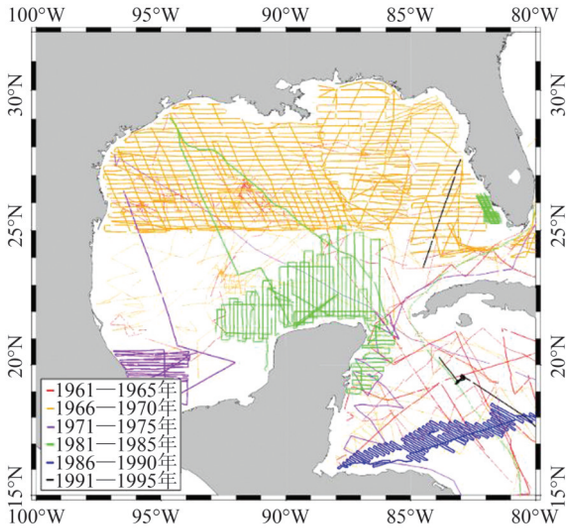


图 1　墨西哥湾海域船载重力异常航线分布情况

Fig. 1　Routes Distribution of Shipborne Gravity Anomaly in the Gulf of Mexico

观测值进行比较,根据两者之间差值的大小来判断该检测点是否为小粗差点。

1.2.2　长波误差二次项改正

由于不同航线船载重力异常数据的观测机构、观测时间、观测设备以及参考基准不一致,实际船载重力异常数据中存在较大的长波误差[34],考虑到航线测量年代参差不齐且有的航线年代比较久远,航线测量时所采用的重力基准不可追溯,无法对各条航线基于各自的重力基准进行改正,因此统一采用 XGM2019e_2 159 重力异常模型为校正基准。为削弱稳定平台不水平引起的误差以及各航次间的重力基准不同、船载重力仪零漂等引起的误差,采用基于时间的二次多项式模型对每航次的船载重力异常数据进行处理。二次多项式改正模型为[35-36]:

$$\Delta g_i = \alpha_i + \beta_i \Delta t_i + \gamma_i \Delta t_i^2 \tag{1}$$

式中,Δg_i 为参考重力场在航线观测点处的重力异常值与船载实测重力异常的差值;i 是船载重力航线编号;α_i、β_i 和 γ_i 是改正参数;Δt_i 为测线上观测点时刻和航线出发时刻的时间间隔。

对区域内的每一条航线都构造如式(1)所示的二次项改正模型,并利用最小二乘方法计算改正参数 α_i、β_i 和 γ_i。获得参数后,便可以由已知的 Δt 计算各个测点处的改正值。

1.2.3　交叉点条件平差

由于定位误差的影响,即使进行了长波误差改正,航线之间仍存在交叉点不符值,本文采用测线网交叉点条件平差的方式来求取各交叉点处的改正值[37]。

1)交叉点信息获取。交叉点平差的第一步就是获取交叉点不符值等其他交叉点信息,本文采用 GMT 软件中的 x2sys 模块来实现交叉点信息的提取[38-39]。

对所有交叉点处两条航线上的观测值进行求差,可以获得每个交叉点处的交叉点不符值。交叉点不符值将作为交叉点条件平差的观测值,需要在平差前利用 3σ 准则筛选出粗差不符值,使这些不符值不作为交叉点条件平差的观测值。

2)交叉点条件平差。对于任一个交叉点,其对应的两条航线分别称之为航线 1 和航线 2,这两条航线在交叉点处可分别列出方程为:

$$g_{12} = g_{0_{12}} + v_{12} \tag{2}$$

$$g_{21} = g_{0_{21}} + v_{21} \tag{3}$$

式中,g_{12} 为航线 1 在该点处的观测值,v_{12} 为其改正值;g_{21} 为航线 2 在该点处的观测值,v_{21} 为其改正值;$g_{0_{12}}$ 和 $g_{0_{21}}$ 为该点处重力异常值的真实值,且有 $g_{0_{12}} = g_{0_{21}}$。联系式(2)、式(3),可建立条件方程为:

$$v_{12} - v_{21} = g_{12} - g_{21} \tag{4}$$

式中,令 $d_{12} = g_{12} - g_{21}$,则 d_{12} 即为航线 1 和航线 2 在该交叉点处的交叉点不符值。对于一个测区,其内部的多条航线构成多个交叉点,对于每一个交叉点,都可以构成一个如式(3)所示的条件方程,将所有方程构成一个方程组便可以得到交叉点条件方程的矩阵形式:

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{V} - \boldsymbol{W} = 0 \tag{5}$$

式中,$\boldsymbol{A}$ 为由 1 和 −1 组成的系数矩阵;$\boldsymbol{V}$ 为改正数向量;$\boldsymbol{W}$ 为交叉点不符值向量。

由条件平差最小二乘原理可知式(5)的最小二乘解为:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{W} \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{P}$ 为观测向量权矩阵。假设测线上的测点都是独立观测,则可以得到:

$$v_{12} = p_{21}d_{12}/(p_{12} + p_{21}) \tag{7}$$

$$v_{21} = -p_{12}d_{12}/(p_{12} + p_{21}) \tag{8}$$

式中,p_{12} 和 v_{12} 分别代表航线 1 在交叉点处的观测权因子和观测量改正数;p_{21} 和 v_{21} 分别代表航线 2 在交叉点处的观测权因子和观测量改正数;d_{12} 为船载重力在交叉点处的不符值。p_{12} 和 p_{21} 的计算公式为:

$$\begin{cases} p_{12} = 1/\sigma_1^2 \\ p_{21} = 1/\sigma_2^2 \end{cases} \tag{9}$$

式中,σ_1 和 σ_2 为航线 1 和航线 2 的标准差,其计算

公式为:

$$\sigma_i=\sqrt{\frac{1}{N_i}\sum_{k=1}^{N_i}(l_k-m_k)^2}\ (i=1,2) \tag{10}$$

式中,$N_i(i=1,2)$为航线上观测点的个数;l_k和m_k分别为航线各测点对应的重力异常观测值及其对应的重力异常模型值。

1.2.4 系统误差模型构建

通过交叉点条件平差所求的改正数v,可看作是航线在观测时所产生的虚拟观测量,其中既包含剩余的系统误差,又包含偶然误差。要进一步对改正数v中的系统误差进行补偿、削弱交叉点不符值,就需要通过构建误差模型将系统误差表示出来[40]。

1)误差模型的构建。交叉点不符值产生的原因受到多方面系统误差综合效果的影响,有很多是由于线性变化与周期变化两者相结合而产生的复杂变化的影响,对于这些变化比较复杂的系统误差,通常可利用误差函数模型的形式来描述。本文采用以测点时间作为自变量的混合多项式模型来描述系统偏差的变化,该模型的优点是只需要单独地处理一条航线在交叉点处的虚拟观测量,计算过程较为简单,法方程系数矩阵也不会出现秩亏现象[41]。该模型公式为:

$$f(t)=a_0+a_1(t-t_0)+\sum_{i=1}^{m}(C_i\cos(i\omega(t-t_0))+S_i\sin(i\omega(t-t_0))) \tag{11}$$

式中,t代表航线上各测点时刻;t_0是航线在该区域内起始测点的时刻;a_0、a_1、C_i和$S_i(i=1,2,\cdots,m)$均为待定系数;ω表示对应的误差变化周期的角频率,其计算公式为:

$$\omega=2\pi/(t_1-t_0) \tag{12}$$

式中,t_1表示一条航线在该区域内的结束观测时刻。m是一个自然数,其数值由航线上的交叉点数来决定。根据经验,m的取值与航线上交叉点个数的对应关系见表2。

表2 航线交叉点数与m取值对应关系

Table 2 The Number of Ship Route Crossover Points Corresponds to the Value of m

航线交叉点个数/个	模型形式	m取值	模型参数个数
1	平均分配交叉点不符值	0	0
2~3	只选用误差模型线性部分	0	2
4~5	线性方程与一级傅里叶级数结合	1	4
6~8	线性方程与二级傅里叶级数结合	2	6
>8	线性方程与三级傅里叶级数结合	3	8

2)误差模型参数解算。对于每一条测线,将交叉点平差后的交叉点改正数v作为虚拟观测量,利用式(11)构建的误差模型进行参数解算。在一条航线的每一个交叉点处可建立以交叉点改正数v为观测值的误差方程式:

$$v=f(t)+\delta \tag{13}$$

式中,δ为偶然误差。将所有交叉点处的上述方程式构成方程组,便可得到其矩阵形式:

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{BX}+\boldsymbol{U} \tag{14}$$

式中,$\boldsymbol{V}$是由交叉点条件平差得到的交叉点改正值所构成的虚拟观测值向量(即交叉点处重力异常改正数向量);$\boldsymbol{B}$为航线上交叉点观测时刻与航线起始时刻的时间差构成的已知系数矩阵;$\boldsymbol{X}$为待求误差模型参数向量;$\boldsymbol{U}$为$\boldsymbol{V}$的改正数向量。

则式(14)的最小二乘间接平差解为:

$$\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V} \tag{15}$$

将式(15)求得的模型参数代入式(11)中,依据航线上各个测点的观测时间可以完成系统偏差改正。多源船载重力异常数据联合精化处理方法的总体实现过程见图2。

2 结果与分析

2.1 船载重力异常数据粗差剔除

在墨西哥湾海域内一共收集到34条船载重力异常航线数据,其时空分布情况可见图1。该区域内的大部分航线的观测时间都在1990年之前,由于受到当时导航精度与测量仪器精度的制约,这些航线中难免会出现整体观测精度较差的航线,采用SIO V32.1模型为比对基准和粗差航线剔除方法对这部分航线进行剔除,结果有3条航线被剔除,统计结果如表3所示。这3条航线观测时间都集中在20世纪60年代初期,差值STD最大可达28.88 mGal,对于这些航线,在进行船载重力异常数据精化处理之前应当剔除。

船载重力仪在观测时还会受到海上风、流、压及海水运动、海浪起伏、近地空间大气湍流等

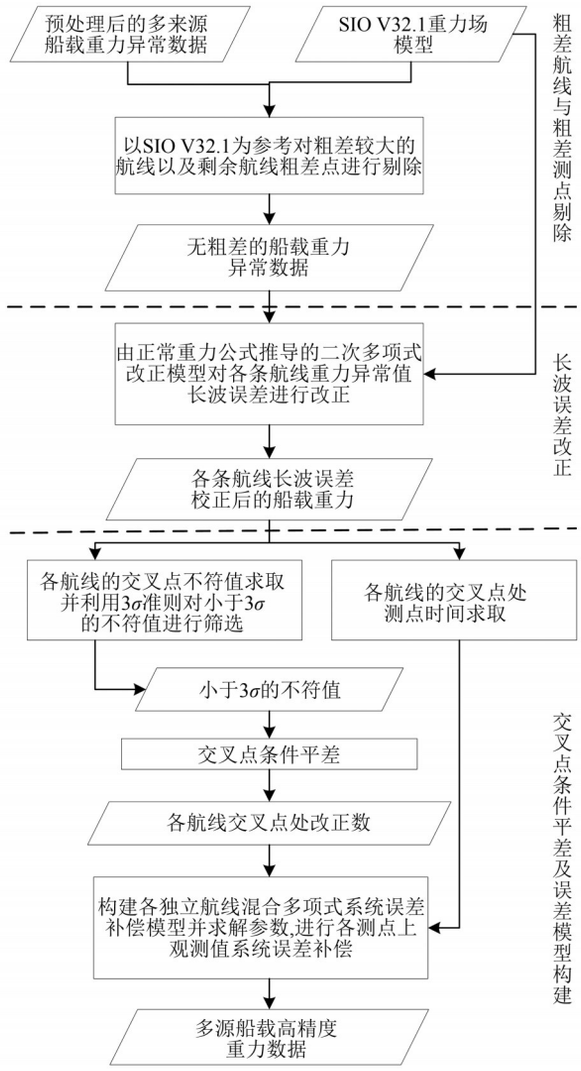


图 2　船载重力异常数据联合平差处理实现过程

Fig. 2　Flowchart of Combined Adjustment Processing Used for Shipborne Gravity Anomaly Data

各类动态环境影响,墨西哥湾是一个小型的环陆型海域,测量过程中改变航线航速的频率较高,这些因素都会使得剩余的航线中仍然会存在一定量的粗差观测值,同样以 SIO V32.1 模型作为比对基准采用大粗差、小粗差剔除方法对航线中隐藏的粗差点进行剔除。

分别对原始航线的交叉点不符值、粗差航线剔除后的交叉点不符值以及大小粗差剔除后的交叉点不符值进行统计,结果见表 4。可以看到两次粗差剔除后测线的交叉点重力不符值 RMS 均有明显的减少,这也证明了本文粗差剔除方法的有效性。

2.2　长波误差改正

不同航线船载重力异常数据的观测机构、观测时间、观测设备以及参考基准存在不一致,会使得重力观测数据存在长波误差,利用§1.2.2 中由正常重力公式推导得到的式(2)对船载数据观测值进行改正,对于改正前后的 NCEI 船载重力异常数据,分别对区域内交叉点处重力异常不符值进行统计分析,其结果见表 5。经二次项改正模型改正后的船载数据在精度上得到了较好的改善,不符值均方根由改正前的 6.56 mGal 减少到 4.77 mGal。

2.3　交叉点平差与系统误差补偿

为了进一步对船载重力异常数据的系统误差进行补偿与改正,利用交叉点条件平差与系统误差模型拟合相结合的方式来对系统误差进一步改正。首先利用 GMT 在实验区域内获取所有交叉点的位置与交叉点不符值,最终在实验区域内共有 26 条航线获取了交叉点,交叉点总数为 1 556 个。交叉点不符值受到观测值的影响会存在粗差,在交叉点平差之前要对其利用 3σ 准则进行剔除,使其不作为接下来交叉点条件平差的观测值。最终交叉点不符值个数由原来的 1 556 个减少至 1 540 个,剔除率为 0.01%。

表 3　剔除航线信息

Table 3　Information of Eliminating Routes

航线名	观测机构	观测时间	航线测点数	航线与 SIO V32.1 模型差值 STD/mGal
ch055l01	美国地质勘探局太平洋海洋地质学分部	1965-11-18—1965-12-07	2 681	23.36
v1817	拉蒙特-多尔蒂地球观测所	1962-10-30—1962-11-03	760	28.88
v2103	拉蒙特-多尔蒂地球观测所	1965-02-28—1965-03-10	680	16.56

基于区域内获得的交叉点不符值,利用交叉点条件平差方法获取各条航线在交叉点处的交叉点改正数 v。将各条航线上面的改正值 v 当作虚拟观测值,根据系统误差模型所构建的误差模型,在各个交叉点观测时间已知的情况下,便可完成每一条航线误差模型参数的解算。

为了将航线上交叉点处系统误差拟合值与实际交叉点改正数 v(虚拟观测值)进行对比,选取了两条航线(ch100l12、rc0902),分别绘制这两条航线的实际交叉点改正值曲线、拟合交叉点改

表4 两次粗差剔除前后交叉点不符值统计/mGal

Table 4 Statistics of Crossover Differences Before and After Twice Gross Error Eliminations/mGal

船载重力交叉点不符值	最大值	最小值	平均值	STD	RMS
原始航线	78.25	−60.28	1.47	12.01	12.10
粗差航线剔除后	78.25	−43.27	1.44	8.28	8.41
大小粗差剔除后	36.21	−23.02	1.41	6.40	6.56

正值曲线以及拟合偏差曲线,其拟合情况见图3、图4。由图3(a)、图4(a)可以看出,红色线即为构建的系统误差改正模型曲线,其主要表示从交叉点改正值中提取的系统误差改正值,蓝色线为各个交叉点上的实际改正值,拟合的系统误差值在总体趋势上与改正数v的趋势相一致,对改正数v中的系统误差有一定的补偿,但还是有一部分系统误差蕴藏在观测值中,如图3(b)、图4(b)的绿色曲线所示,该曲线是由实际交叉点改正值减去交叉点处拟合的系统误差值所得。分别对两条航线的拟合偏差值进行统计分析,见表6。

表5 长波误差改正前后航线交叉点处重力异常不符值统计/mGal

Table 5 Statistics of Gravity Anomaly Differences at Crossover Points Before and After Long-Wave Error Correction/mGal

长波长误差	最大值	最小值	平均值	STD	RMS
二次项改正前	36.21	−23.02	1.41	6.40	6.56
二次项改正后	23.06	−17.83	−0.23	4.76	4.77

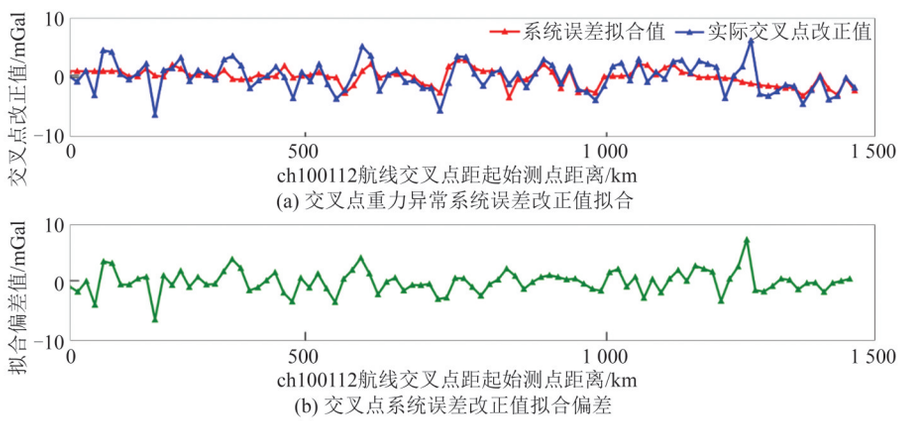


图3 ch100l12航线误差模型拟合

Fig. 3 Error Model Fitting of Route ch100l12

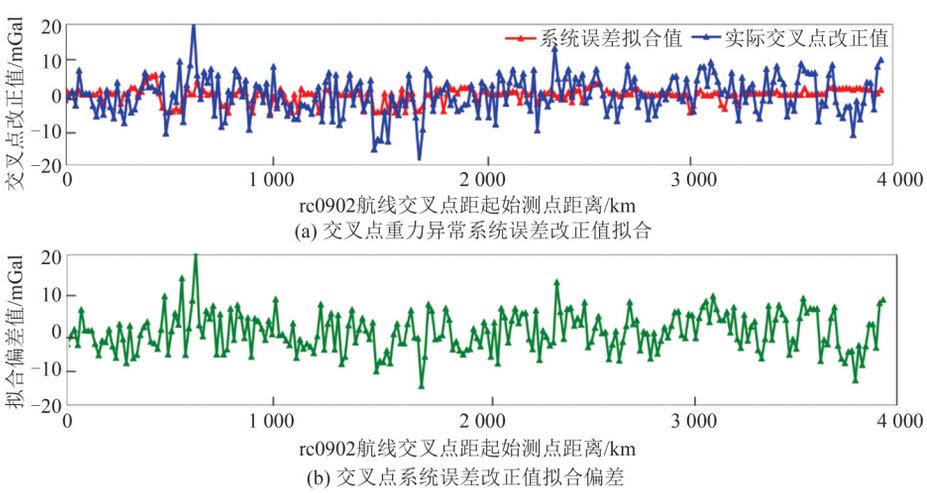


图4 rc0902航线误差模型拟合

Fig. 4 Error Model Fitting of Route rc0902

将最小二乘迭代拟合出来的参数代入式(11)的误差模型中,依据各个测点的观测时间计算各个测点的系统误差改正值,利用系统误差改正值对每个测点的实际观测值进行误差补偿。对于改正后的船载重力异常数据,再次对交叉点不符值进行统计并与改正前进行对比,其结果见表7。进行误差补偿之后,交叉点不符值的STD和RMS分别由原来的4.76 mGal、4.77 mGal减少为3.70 mGal、3.70 mGal,整体上精度又提高了1 mGal左右。这样的结果也验证了使用交叉点

表6　船测重力系统误差校正模型与交叉点处改正值差异的统计结果(以两条航线为例)/mGal

Table 6　Statistical Results of Difference Between System Error Correction Model of Shipborne Gravity and Corrections at Crossover Points (Taking Two Routes as Examples)/mGal

航线编号	最大值	最小值	平均值	STD	RMS
ch100l12	8.14	−7.37	0	2.19	2.19
rc0902	20.90	−14.10	0	4.90	4.90

表7　系统误差补偿前后交叉点不符值统计/mGal

Table 7　Statistics of Crossover Differences Before and After System Error Compensation/mGal

船载重力交叉点不符值	最大值	最小值	平均值	STD	RMS
系统误差补偿前	23.06	−17.83	−0.23	4.76	4.77
系统误差补偿后	19.85	−16.47	−0.10	3.70	3.70

平差与误差模型推估相结合的方法确实可以有效地对测线网进行平差,提升测线网的精精度。

2.4　整体再处理结果及精度分析

2.4.1　船载重力异常整体再处理结果与精度检验

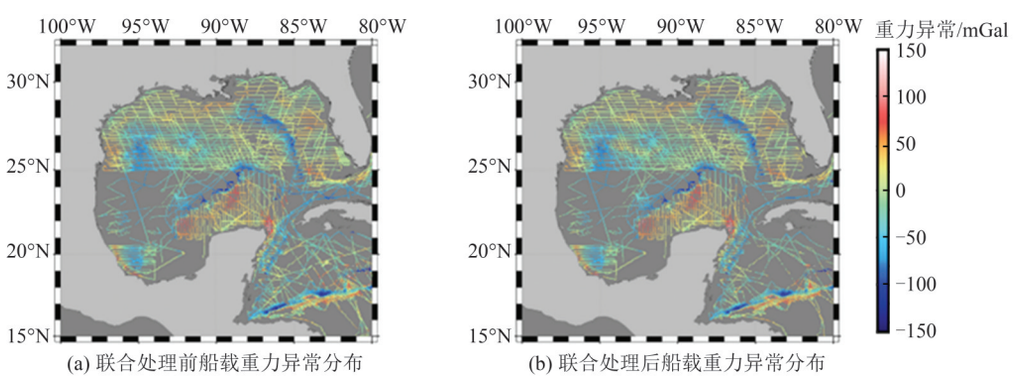
表7展示了船载数据再处理前后交叉点不符值的统计结果,它反映的仅是数据内部的一致性,为了更好地反映出数据外部准确性的信息,需要对整体再处理前后的船载数据进行外符合精度检验[42]。选取SIO V32.1模型作为参考,首先利用三次样条插值法将SIO V32.1模型分别插值到再处理前后的船载数据点上,然后利用模型值减去处理前后船载数据观测值得到残差,分别对处理前后的残差集合进行统计分析(见表8),可以看出,本文方法联合再处理后的船载重力异常在精度上明显优于处理前的原始重力异常数据。为了更加直观地展示重力异常数据整体处理的结果,给出处理前后船载重力异常数据在实验区域的空间分布图,如图5(a)和图5(b)所示,同时获得处理前后重力异常的差值分布图与差值直方图,如图6(a)和图6(b)所示。由图6(a)可知,航线误差改正较大的地方主要分布在墨西哥湾南岸与北岸等靠近岸边的浅水海域,同时在加勒比海南岸附近的一组航线也有明显的误差改正,这主要是该海域存在较多的岛屿以及航线存在较多拐点。由图6(b)可以看出系统误差改正值大小的分布情况,−3~3 mGal之间的改正值占总改正值的80.3%,−5~5 mGal之间的改正值占总改正值的比例可达90.8%。

本文又使用最邻近算法将航线附近的区域格网化,将航线附近的格网重力异常数据与SIO V32.1模型进行比较。分别对SIO V32.1模型与处理前后的航线附近格网船载数据的残差进行统计分析,结果见表9。由表9可知,船载重力异常在联合处理后相对于处理前也有了明显的改进。

表8　SIO V32.1模型与处理前后船载数据残差统计/mGal

Table 8　Statistics of Residual Between SIO V32.1 Model and Shipborne Data Before and After Reprocessing/mGal

SIO V32.1与船载重力差异	最大值	最小值	平均值	STD	RMS
模型与原始船载重力异常残差	180.81	−90.16	0.49	6.62	6.70
模型与处理后船载重力异常残差	55.42	−37.13	−0.02	3.91	3.91



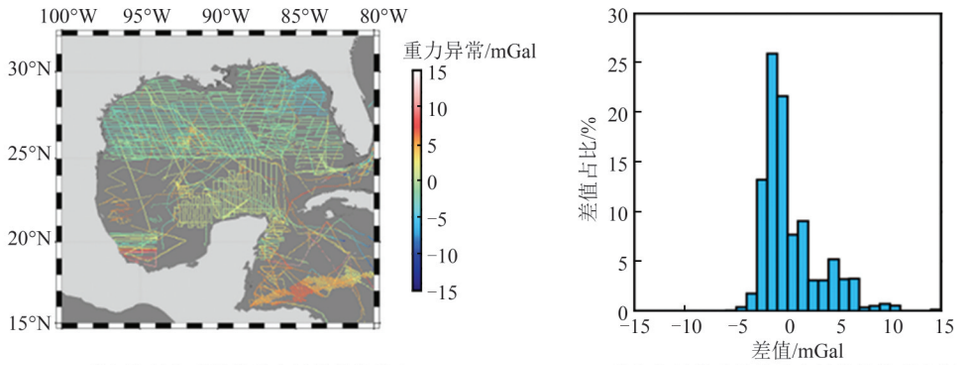
(a) 联合处理前船载重力异常分布　　(b) 联合处理后船载重力异常分布

图5　联合处理前后船载重力异常分布

Fig. 5　Distribution of Shipborne Gravity Anomaly Before and After Joint Processing

2.4.2　船载重力频率域分析

为了能够在频率域上更加精确地反映出船载重力异常数据在处理前后误差分布的情况,本文选取了SIO V32.1重力异常模型作为参考模



(a) 联合处理前后船载重力异常差值分布 (b) 联合处理前后船载重力异常差值直方图

图6 联合处理前后船载重力异常差值分布及直方图

Fig. 6 Distribution and Histogram of Shipborne Gravity Anomaly Differences Before and After Joint Processing

表9 SIO V32.1模型与联合处理前后航线附近格网数据残差统计/mGal

Table 9 Statistics of Residual Between SIO V32.1 Model and Grid Shipborne Data Before and After Reprocessing/mGal

SIO V32.1与船载数据格网差异	最大值	最小值	平均值	STD	RMS
模型与处理前船载重力异常格网数据残差	130.24	−80.74	1.42	7.05	7.19
模型与处理后船载重力异常格网数据残差	83.18	−37.53	−0.14	4.16	4.16

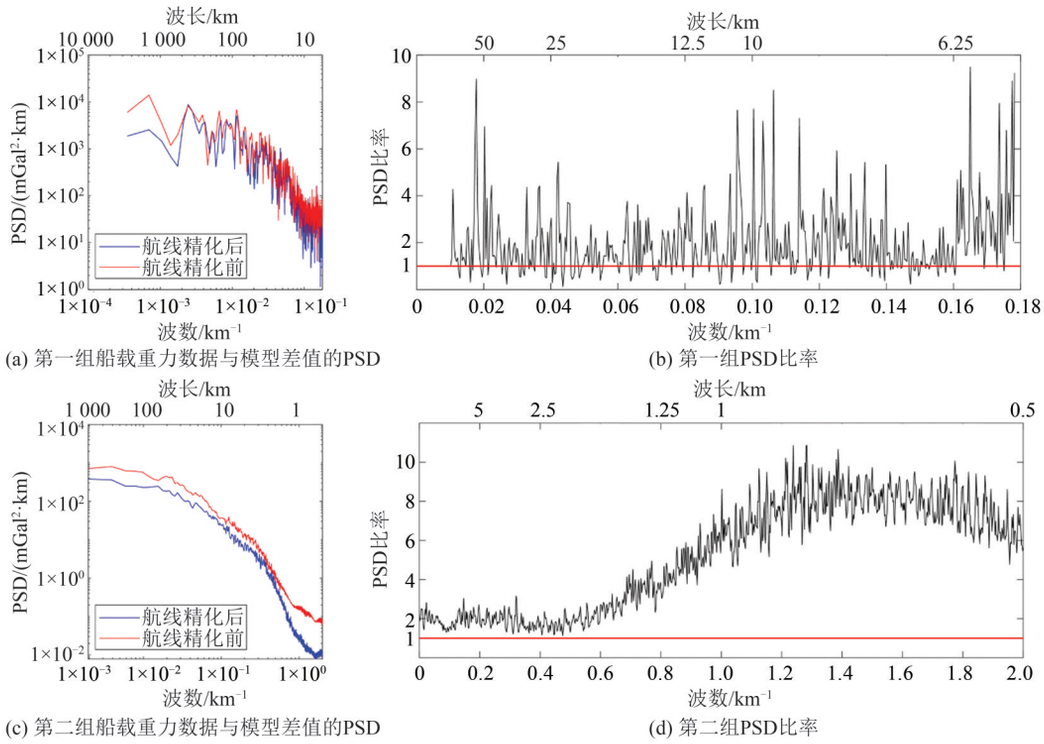
型,对处理前与处理后的船载重力异常数据进行功率谱密度(power spectral density, PSD)分析[43]。由于船载重力异常数据与SIO V32.1重力异常模型相互独立,为了反映出处理前与处理后船载重力异常误差的差异,本文分别基于处理前与处理后船载重力异常数据与SIO V32.1重力异常模型差值的PSD做比较分析。

由于研究区域中不同航线的采样频率有较大的差距,为了更加普遍性地反映问题,本文一共选取了6条航线分为两组来分别进行PSD分析。

第一组中含有3条航线,航线编号分别为u871pr、rc1003、v1704,航线上相邻测点之间的平均距离为2.8 km;第二组中也含有3条航线,航线编号分别为kea06-70、mw8909、u171gm,航线上相邻测点之间的平均距离为0.25 km。分别计算这6条航线在处理前后的重力异常数据与SIO V32.1模型重力异常之间的差值,对第一组差值在航线上进行间隔为2.8 km的重采样,对第二组差值在航线上进行间隔为0.25 km的重采样,并分别把两组内3条航线差值数据合并,并对这两组重采样后的差值数据进行PSD分析。两组PSD分别见图7(a)和图7(c)。

如图7(a)所示,当波数小于0.01 km^{-1}时,其波长范围在100 km以上,对比该组差值的波数范围,其属于长波部分,与处理前相比,处理后的船载重力异常数据与SIO V32.1模型差值的PSD大部分都明显偏小,这证明了之前两次项改正对长波误差起到了明显的抑制作用。为了进一步分析波数大于0.01 km^{-1}时的差值PSD大小,将处理前的船载重力异常数据与模型差值的PSD除以处理后的船载重力异常数据与模型差值的PSD,得到改正前后差值的PSD比率,结果见图7(b)。当比率大于1时,说明在该波数域处理后的船载重力异常数据误差小于处理前的数据;反之,当比率小于1时,说明在该波数域处理后的船载重力异常数据误差大于处理前的数据[44]。由图7(b)可以看出,当波数大于0.01 km^{-1}时,PSD比率绝大部分都大于1(红色线段之上)。对于第二组数据,如图7(c)所示,在所有波数范围内,该组航线的重力异常数据在处理后与模型差值的PSD都明显小于处理前与模型差值的PSD。同样,为了进一步观察精化前PSD与精化后PSD在各个波数处差异的大小,采用与第一组相同的方法获得改正前与改正后差值的PSD比率,如图7(d)所示,可见在相应的波数范围内比率都大于1。另外由图7(a)和7(c)对比可以发现,第二组的改正效果要明显好于第一组。为了更深入分析其中的原因,分别给出了两组数据中船载重力异常与SIO V32.1模型重力异常的差值时间序列,结果见图8和图9。

很明显图9中3条航线的差值随时间变化得更快,具有更多的高频信号,同时图9中3条航线改正后的效果相比于图8更加明显,这主要是由于第二组的差值震荡幅度更小,相比于第一组的差值在时间上更具有规律性,而系统误差改正时

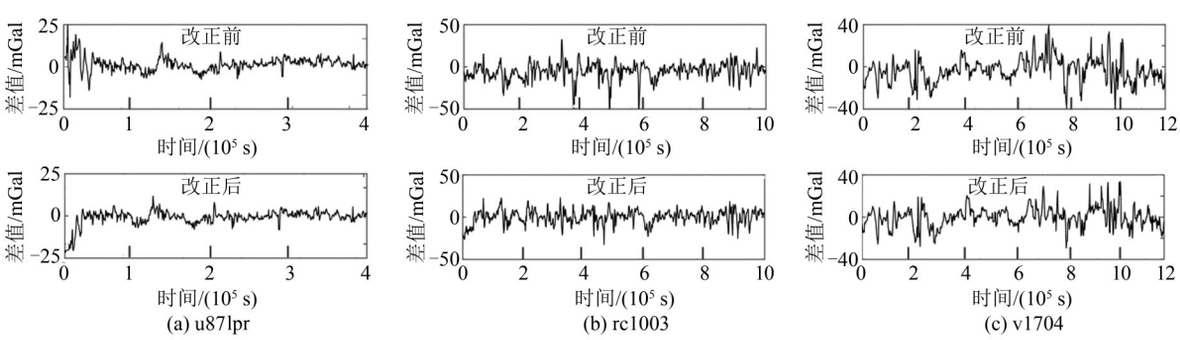


(a) 第一组船载重力数据与模型差值的PSD　(b) 第一组PSD比率

(c) 第二组船载重力数据与模型差值的PSD　(d) 第二组PSD比率

图 7　船载重力异常数据与 SIO V32.1 模型差值的 PSD

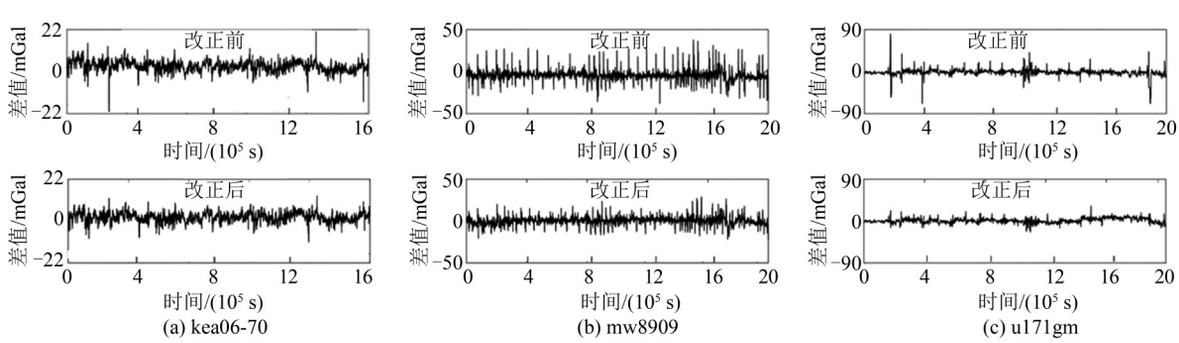
Fig. 7　Power Spectral Density of Difference Between Shipborne Gravity Anomaly Data and SIO V32.1 Model



(a) u87lpr　(b) rc1003　(c) v1704

图 8　第一组中 3 条航线与模型差值时间序列

Fig. 8　Time Series of the Differences Between the Three Ship Tracks in the First Group and the Model



(a) kea06-70　(b) mw8909　(c) u171gm

图 9　第二组中 3 条航线与模型差值时间序列

Fig. 9　Time Series of the Differences Between the Three Ship Tracks in the Second Group and the Model

所使用的混合多项式模型含有周期项改正,对这类数据改正效果会更明显;又因为第二组中含有更多中高频信号,因此该组船载重力数据在波数 0.8 km^{-1} 以上部分改正效果更加突出。

通过对以上两组不同采样频率航线的重力异常数据做功率谱分析,可以看到对于不同采样频率的航线,处理后的重力异常数据在各波数范围内的误差均有所减少,这也证明了本文船载重

力异常数据处理方法的有效性。

3 结 语

本文构建了一套完整的船载数据再处理流程,并选用墨西哥湾海域为实验区域,对该区域内多源、不同精度的船载重力异常历史数据进行联合再处理。在对航线数据进行粗差航线与粗差点剔除的基础之上,利用正常重力公式推导的二次项改正模型对各航线数据进行长波误差改正与基准统一,并采用交差点平差与多项式系统误差补偿模型相结合的方式对航线系统误差作进一步补偿。经过一系列方法联合处理之后,船载重力异常数据的内符合精度与外符合精度均得到明显提升。采用阈值排除法和现代稳健估计法对隐藏在航线中的大粗差和小粗差进行剔除,交叉点不符值RMS由粗差剔除前的12.10 mGal减少为6.70 mGal;由正常重力公式引出的二次多项式可以有效地解决船载数据参考基准不统一、长波误差等问题;采用交叉点条件平差与系统误差模型推估相结合的方式可进一步对系统误差进行补偿,削弱交叉点不符值,经过联合处理之后,交叉点不符值RMS由6.56 mGal减少至3.70 mGal,与SIO V32.1模型残差RMS由6.70 mGal减少至3.91 mGal,重力异常数据内外符合精度都得到有效提升。本文还对两组不同采样频率的航线与SIO V32.1模型的差值进行功率谱分析,发现在本文的联合方法处理之后,不同采样频率的航线在各个波数域的精度都得到了较好的提升,并且对于与模型差值的时间序列更具有规律性的航线,其改正效果会更加明显。

参 考 文 献

[1] HACKNEY R I, Featherstone W E. Geodetic Versus Geophysical Perspectives of the 'Gravity Anomaly'[J]. *Geophysical Journal International*, 2003, 154(1): 35-43.

[2] GUO J, LUO H, ZHU C, et al. Accuracy Comparison of Marine Gravity Derived from HY-2A/GM and CryoSat-2 Altimetry Data: A Case Study in the Gulf of Mexico[J]. *Geophysical Journal International* 2022, 230(2): 1267-1279.

[3] 孙和平, 李倩倩, 鲍李峰, 等. 全球海底地形精细建模进展与发展趋势[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(10): 1555-1567.
SUN Heping, LI Qianian, BAO Lifeng, et al. Progress and Development Trend of Global Refined Seafloor Topography Modeling[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1555-1567

[4] 翟振和, 孙中苗, 肖云, 等. 自主海洋测高卫星串飞模式的设计与重力场反演精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(7): 1030-1035, 1128.
ZHAI Zhenhe, SUN Zhongmiao, XIAO Yun, et al. Two-Satellites Tandem Mode Design and Accuracy Analysis of Gravity Field Inversion for Independent Marine Altimetry Satellite[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(7): 1030-1035, 1128.

[5] FAIRHEAD J D, GREEN C M, ODEGARD M E. Satellite-Derived Gravity Having an Impact on Marine Exploration[J]. *The Leading Edge*, 2001, 20(8): 873-876.

[6] HAXBY W F, KARNER G D, LABRECQUE J L, et al. Digital Images of Combined Oceanic and Continental Data Sets and Their Use in Tectonic Studies[J]. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 1983, 64(52): 995-1004.

[7] LU B, XU C, LI J, et al. Marine Gravimetry and Its Improvements to Seafloor Topography Estimation in the Southwestern Coastal Area of the Baltic Sea[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(16): 3921.

[8] GAINA C, MVLLER R D, ROEST W R, et al. The Opening of the Tasman Sea: A Gravity Anomaly Animation[J]. *Earth Interactions*, 1998, 2(4): 1-23.

[9] SANDWELL D T, SMITH W H F. Marine Gravity Anomaly from Geosat and ERS 1 Satellite Altimetry[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1997, 102(B5): 10039-10054.

[10] 于道成, 黄金维, 祝会忠, 等. 利用SWOT宽刈幅测高数据提升海洋重力场精度:与传统测高卫星的比较分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240120.
YU Daocheng, HUANG Jinwei, ZHU Huizhong, et al. Enhancing Marine Gravity Field Precision Using SWOT Wideswath Altimetry Data: A Comparative Analysis with Traditional Altimetry Satellites[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240120.

[11] 邢乐林, 李辉, 玄松柏, 等. GRACE和地面重力测量监测到的中国大陆长期重力变化[J]. 地球物理学报, 2012, 55(5): 1557-1564.
XING Lelin, LI Hui, XUAN Songbai, et al. Long-Term Gravity Changes in Chinese Mainland from GRACE and Terrestrial Gravity Measurements[J].

Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(5): 1557-1564.

[12] 孙中苗, 翟振和, 李迎春. 航空重力仪发展现状和趋势[J]. 地球物理学进展, 2013, 28(1): 1-8.
SUN Zhongmiao, ZHAI Zhenhe, LI Yingchun. Status and Development of Airborne Gravimeter[J]. *Progress in Geophysics*, 2013, 28(1): 1-8.

[13] LU B, BARTHELMES F, LI M, et al. Shipborne Gravimetry in the Baltic Sea: Data Processing Strategies, Crucial Findings and Preliminary Geoid Determination Tests[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(7): 1059-1071.

[14] 柯宝贵, 章传银, 郭春喜, 等. 船载重力测量数据不同测区系统偏差纠正方法研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(3): 417-421.
KE Baogui, ZHANG Chuanyin, GUO Chunxi, et al. System Error Correction for Shipborne Gravimetric Data from Different Regions of Offshore in China[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(3): 417-421.

[15] 金鑫, 郭金运, 李振洪. 垂线偏差测量方法现状与展望[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240504.
JIN Xin, GUO Jinyun, LI Zhenhong. Current Status and Prospects of Vertical Deflection Measurement Methods[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240504.

[16] DEHLINGER P. Marine Gravity[M]. New York: Amsterdam: Elsevier, 1978.

[17] 宁津生, 黄谟涛, 欧阳永忠, 等. 海空重力测量技术进展[J]. 海洋测绘, 2014, 34(3): 67-72.
NING Jinshen, HUANG Motao, OUYANG Yongzhong, et al. Development of Marine and Airborne Gravity Measurement Technologies[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2014, 34(3): 67-72.

[18] TORGE W. Gravimetry[M]. Berlin: Walter de Gruyter, 1989.

[19] VAN STRANG H G. Gravity Survey of the North Sea[J]. *Marine Geodesy*, 1983, 6(2): 167-182.

[20] PRINCE R A, FORSYTH D W. A Simple Objective Method for Minimizing Crossover Errors in Marine Gravity Data[J]. *Geophysics*, 1984, 49(7): 849-1211.

[21] HWANG C, HSIAO Y S, SHIH H C, et al. Geodetic and Geophysical Results from a Taiwan Airborne Gravity Survey: Data Reduction and Accuracy Assessment[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2007, 112(B4): 2005JB004220.

[22] HUNEGNAW A, HIPKIN R G, EDWARDS J. A Method of Error Adjustment for Marine Gravity with Application to Mean Dynamic Topography in the Northern North Atlantic[J]. *Journal of Geodesy*, 2009, 83(2): 161-174.

[23] 于红娟, 郭金运, 刘扬, 等. CG-5相对重力仪野外实验精度分析[J]. 测绘科学, 2017, 42(3): 155-160.
YU Hongjuan, GUO Jinyun, LIU Yang, et al. Precision Analysis on CG-5 Relative Gravimeter Through Field Experiments[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2017, 42(3): 155-160.

[24] MANOUSSAKIS G, KORAKITIS R, MILAS P. Gravimetric Estimation of the Eötvös Matrix Components[J]. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 47(1): 53-68.

[25] LACOSTE L J B. Crosscorrelation Method for Evaluating and Correcting Shipboard Gravity Data[J]. *Geophysics*, 1973, 38(4): 701-709.

[26] 邓凯亮, 黄贤源, 刘骁炜, 等. 基于窗口移动中误差模型探测船载重力数据粗差[J]. 海洋测绘, 2016, 36(3): 7-9.
DENG Kailiang, HUANG Xianyuan, LIU Xiaowei, et al. Detection of Gross Errors in Ship-Borne Gravity Data Based on Window-Moving RMS Model[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2016, 36(3): 7-9.

[27] HUANG M, GUAN Z, ZHAI G. On the Compensation of Systematic Errors in Marine Gravity Measurements[J]. *Marine Geodesy*, 1999, 22(3): 183-194.

[28] 黄谟涛, 翟国君, 欧阳永忠, 等. 海洋重力测量误差补偿两步处理法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2002, 27(3): 251-255.
HUANG Motao, ZHAI Guojun, OUYANG Yongzhong, et al. Two-Step Processing for Compensating the Systematic Errors in Marine Gravity Measurements[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2002, 27(3): 251-255.

[29] CHRISTESON G L, VAN AVENDONK H J A, NORTON I O, et al. Deep Crustal Structure in the Eastern Gulf of Mexico[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2014, 119(9): 6782-6801.

[30] MULET S, RIO M H, ETIENNE H, et al. The New CNES-CLS18 Global Mean Dynamic Topography[J]. *Ocean Science*, 2021, 17(3): 789-808.

[31] ZINGERLE P, PAIL R, GRUBER T, et al. The Combined Global Gravity Field Model XGM2019e[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(7): 66.

[32] SANDWELL D T, HARPER H, TOZER B, et

al. Gravity Field Recovery from Geodetic Altimeter Missions[J]. *Advances in Space Research*, 2021, 68(2): 1059-1072.

[33] 黄谟涛, 邓凯亮, 欧阳永忠, 等. 卫星测高重力模型在海空重力测量误差检测中的应用[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2022, 50(9): 126-133.
HUANG Motao, DENG Kailiang, OUYANG Yongzhong, et al. Application of Satellite Altimeter-Derived Gravity Model in the Error Detection of Shipborne and Airborne Gravimetry[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2022, 50(9): 126-133.

[34] WESSEL P, WATTS A B. On the Accuracy of Marine Gravity Measurements[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1988, 93(B1): 393-413.

[35] PICK M. On the Normal Gravity Formulae[J]. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 1990, 34(4): 289-312.

[36] HWANG C, PARSONS B. Gravity Anomalies Derived from Seasat, Geosat, ERS-1 and TOPEX/POSEIDON Altimetry and Ship Gravity: A Case Study over the Reykjanes Ridge[J]. *Geophysical Journal International*, 1995, 122(2): 551-568.

[37] 刘雁春, 李明叁, 黄谟涛. 海洋测线网系统误差调整的秩亏网平差模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2001, 26(6): 533-538.
LIU Yanchun, LI Mingsan, HUANG Motao. The Rank-Defect Adjustment Model for Survey-Line Systematic Errors in Marine Survey Net[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2001, 26(6): 533-538.

[38] WESSEL P. XOVER: A Cross-over Error Detector for Track Data[J]. *Computers & Geosciences*, 1989, 15(3): 333-346.

[39] WESSEL P. Tools for Analyzing Intersecting Tracks: The X2sys Package[J]. *Computers & Geosciences*, 2010, 36(3): 348-354.

[40] 韦建成. 海空重力数据精细化处理技术研究[D]. 西安: 长安大学, 2019.
WEI Jiancheng. Research on Advance Data Processing Technology for Sea-Air Gravity Data[D]. Xi'an: Chang'an University, 2019.

[41] 黄谟涛, 管铮, 翟国君, 等. 海洋重力测量网自检校平差[J]. 测绘学报, 1999, 28(2): 162-171.
HUANG Motao, GUAN Zheng, ZHAI Guojun, et al. The Self-calibrating Adjustment of Marine Gravity Survey Network[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1999, 28(2): 162-171.

[42] PYRCHLA K, PAJAK M, PYRCHLA J, et al. Analysis of Free-Air Anomalies on the Seaway of the Gulf of Gdańsk: A Case Study[J]. *Earth and Space Science*, 2020, 7(5): e2019EA000983.

[43] PUJOL M I, SCHAEFFER P, FAUGERE Y, et al. Gauging the Improvement of Recent Mean Sea Surface Models: A New Approach for Identifying and Quantifying Their Errors[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, 123(8): 5889-5911.

[44] ZHU C, LIU X, GUO J, et al. Sea Surface Heights and Marine Gravity Determined from SARAL/AltiKa Ka-Band Altimeter over South China Sea[J]. *Pure and Applied Geophysics*, 2021, 178(4): 1513-1527.